APPROVED

R-16

Code:3081

Faculty of Sciences
B.Sc (Mathematics) I-Year, CBCS –I Semester Examinations 2018-19
PAPER: DIFFERENTIAL CALCULUS

Time: 3 Hours

Max Marks: 80

Section-A

I. Answer any FIVE of the following questions (5x4=20 Marks)

1. If $x = \log t$ and $y = t^2 - 1$ for $t > o$ then find $\frac{d^2y}{dx^2}$
2. Find $\lim_{x \to 0}\left(\frac{\log \tan 2x}{\log \tan x}\right)$
3. Find the expansion of $\log_e \sin(x + h)$ in Powers of h.
4. By Newton's method find the radius of curvature of $y = x^4 - 4x^3 - 18x^2$ at $(0,0)$.
5. If $u = \log\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ then show that $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 1$
6. If $x^3 + y^3 = 3axy$ then find $\frac{d^2y}{dx^2}$
7. Discuss the maxima and minima of the function $f(x,y) = ax^2y^2 - x^4y^2 - x^3y^3$
8. Find the envelope of $\frac{x}{m} + \frac{my}{c^2} = 1$ where c in a constant and m is a parameter.

Section-B

II. Answer the following questions (4x15=60 Marks)

9. (a) i) If $y = \frac{\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}$ show that $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 3)xy_{n+1} - (n + 1)^2y_n = 0$

   ii) Find the maclaurin's series expansion for $f(x) = sinx$.

   (OR)

   (b) i) State and Prove lag ranges mean value theorem.

   ii) Find 'C' of Cauchy mean value theorem when $f(x) = \sqrt{x}$ and $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ in the interval [a,b] and $g(x) \neq 0$ in $[a,b]$.

10. (a) i) Find $\lim_{x \to o}\left(\frac{\sin hx - x}{\sin x - x\cos x}\right)$

    ii) Find $\lim_{x \to o}(cotx)^{\sin 2x}$

    (OR)

    (b) Find radius, centre of curvature and evolute of $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

11. (a) i) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{x^2+y^2}, & if\ x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0\ , & if\ (x,y) = (0,0) \end{cases}$ then show that $f_{yx}(0,0) \neq f_{xy}(0,0)$.

    ii) If $u(x,y) = sin^{-1}\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ then show that $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} =$ Tanu.

    (OR)

    (b) i) If $x^y = y^x$ then find $\frac{dy}{dx}$

    ii) Expand $e^x \log(1 + y)$ in powers of x and y up to 3rd degree terms.

12. (a) Find the maximum value of $x^m y^n z^p$ subject to the condition $x + y + z = a$.

    (OR)

    (b) i) Find the asymptotes of $x^3 + y^3 = 3axy$

    ii) Find the envelope of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ when $a^2 + b^2 = c^2$

*****

R-16

Code: 3081

Faculty of Sciences

B.Sc (Mathematics) I-Year, CBCS –I Semester Examinations

PAPER: DIFFERENTIAL CALCULUS

Time: 3 Hours Max Marks: 80

విభాగం -ఎ

I. ఈ క్రింది ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి (5x4=20 Marks)

1. $t > o$ నకు $x = \log t$ మరియు $y = t^2 - 1$ అయినప్పుడు $\frac{d^2y}{dx^2}$ ను కనుగొనుము.
2. $\lim_{x \to 0} \left(\frac{\log \tan 2x}{\log \tan x}\right)$ ను కనుగొనుము.
3. $\log_e \sin(x+h)$ ను h యొక్క ఘాతాలలో విస్తరణ చేయండి.
4. న్యూటన్స్ పద్ధతి ఉపయోగించి (0,0) బిందువు వద్ద $y = x^4 - 4x^3 - 18x^2$ నకు వక్రతా వ్యాసార్ధమును కనుగొనుము.
5. $u = \log\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ అయితే $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = 1$అని చూపండి.
6. $x^3 + y^3 = 3axy$ అయితే $\frac{d^2y}{dx^2}$ ను కనుగొనుము.
7. $f(x,y) = ax^2y^2 - x^4y^2 - x^3y^3$ ప్రయాయానికి గరిష్ట, కనిష్టతను చర్చించండి.
8. m పరామితి, c స్థిరరాని అయితే $\frac{x}{m} + \frac{my}{c^2} = 1$ నకు (envelope) కవచమును కనుక్కోండి.

విభాగం -బి

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (4x15=60 Marks)

9. (a) i) $y = \frac{\sin^{-1}x}{\sqrt{1-x^2}}$ అయితే $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+3)xy_{n+1} - (n+1)^2y_n = 0$ అని చూపండి.

ii) $f(x) = sinx$ ప్రయోమానికి మెక్లారిన్ శ్రేణి విస్తరణను కనుక్కోండి.

(లేదా)

(b) i) లెగ్రాంజ్ మధ్యమి మూల్య సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

ii) $f(x) = \sqrt{x}$ మరియు $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ లకు $g(x) \neq 0\ in\ [a,b]$ అంతరంలో కోషీ మధ్యమ మూలన సిద్ధాంతములోని C యొక్క విలువను కనుక్కోండి.

10. (a) i) $\lim_{x \to o} \left(\frac{\sin hx - x}{\sin x - x\cos x}\right)$ విలువను కనుక్కోండి.

ii) $\lim_{x \to o} (cotx)^{\sin 2x}$ విలువను గణించుము.

(లేదా)

(b) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ వక్రానికి వ్యాసార్ధము, వక్రతా కేంద్రము మరియు కవచం (evolute) లను కనుక్కోండి.

11. (a) i) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y}{x^2+y^2}, & x^2+y^2 \neq 0 \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$ గా నిర్వచిస్తే $f_{yx}(0,0) \neq f_{xy}(0,0)$ అని చూపండి.

ii) $u(x,y) = sin^{-1}\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ అయితే $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} =$ Tanu అని చూపండి.

(లేదా)

(b) i) $x^y = y^x$ అయితే $\frac{dy}{dx}$ కనుక్కోండి.

ii) $e^x \log(1+y)$ ను x మరియు y యొక్క ఘాతాలలో 3వ తరగతి పదంలకు విస్తరణ చేయండి.

12. (a) $x + y + z = a$ అయ్యేటట్లు ప్రమేయం $x^m y^n z^p$ నకు గరిష్ట విలువను కనుక్కోండి.

(లేదా)

(b) i) $x^3 + y^3 = 3axy$ వక్రానికి అనంత స్పర్శరేఖలు (asymptotes) కనుక్కోండి.

ii) $a^2 + b^2 = c^2$ అయినప్పుడు $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ దీర్ఘవృత్తానికి కవచం (envelope) ను కనుగొనుము.

*****